Axe x = avant-arrière

Axe y = droite-gauche

Axe z = vertical

# Multipatte araignée

## Contexte

Servo H orienté sur l’axe z

Servo M orienté sur l’axe x

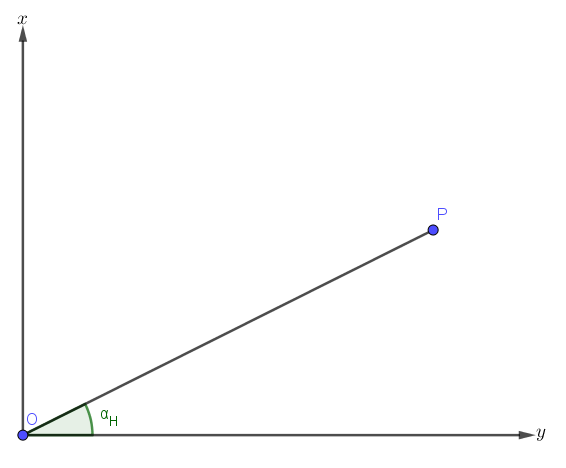
Servo L orienté sur l’axe x

* = Longueur jambe H
* = Longueur jambe M
* = Longueur jambe L
* = Distance horizontale entre axe bras H et position du pied
* = Hauteur entre axe bras H et le pied

On se place dans le référentiel dont le centre est le servo H.

Etant donnée une position du pied, trouver les angles des servos H, M et L, notés , et .

## Angle du servo H



Dans le plan horizontal, la position du pied en coordonnées polaires est donnée par

On a donc

## Angles des servos M et L

On se place dans le plan de la jambe. On note :

* la distance entre l’axe du servo M et l’aplomb du pied,
* la hauteur,
* la distance entre le servo M et le pied

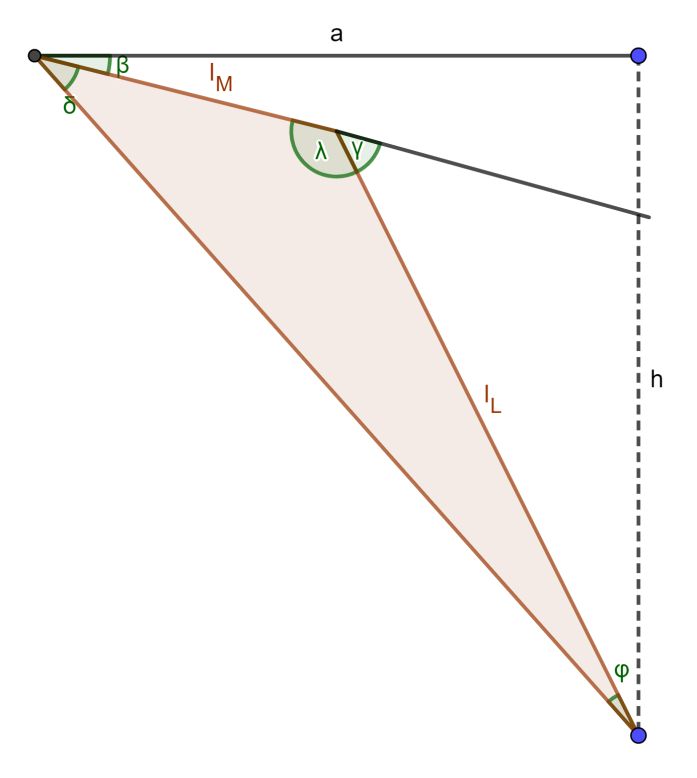


Figure  : parties M et L de la jambe.

La distance entre le servo M et le pied est donnée par :

et l’angle entre l’axe horizontal et la droite menant jusqu’au pied est :

D’après la formule de Pythagore généralisée, on a

Donc :

Finalement,

De même, on a :

Donc

Finalement,

## Conditions

Le calcul de impose :

Le pied doit pouvoir toujours toucher le sol, donc

On a et . Pour une hauteur h, la plus grande valeur de est :

La plus petite valeur de est obtenue quand la 3e partie de la jambe est verticale. On a alors

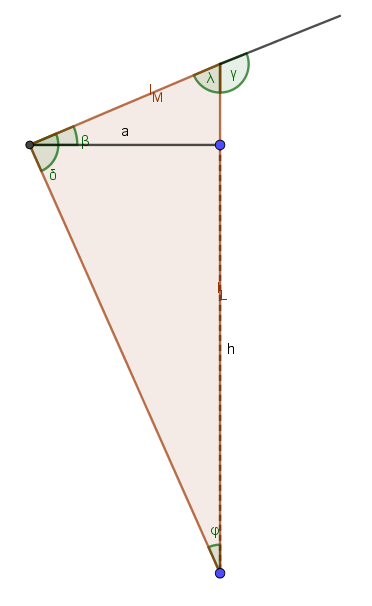
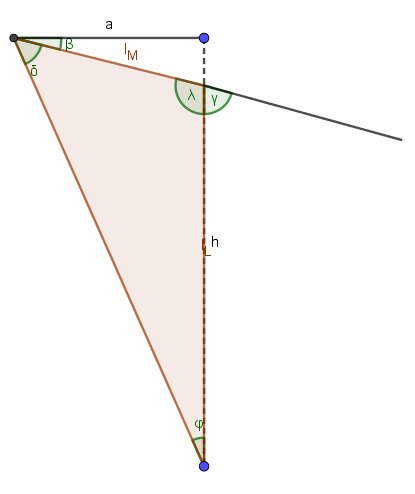


Figure  : Composante L verticale, pour et

En conclusion,

Le graphique suivant donne les valeurs de et en fonction de pour des valeurs et , sans tenir compte des contraintes sur les angles dues aux servos ou à l’assemblage des parties des pattes.



On voit que l’amplitude maximale est obtenue pour les plus petites hauteurs.

Le graphique suivant donne la valeur des angles et pour .et .



La mécanique des pattes permet des valeurs de entre -90° et +90°, et de entre -135° et +45°. Pour la distance maximale , on a (la patte est tendue). Pour la distance minimale, on a (le pied est vertical).

Donc

Pour cette valeur optimale de , on a :

Pour des valeurs et , on a : , , .

Pour une longueur , et pour un angle entre -30° et +30°, l’ensemble des points atteignables est décrit dans la figure suivante :



On note

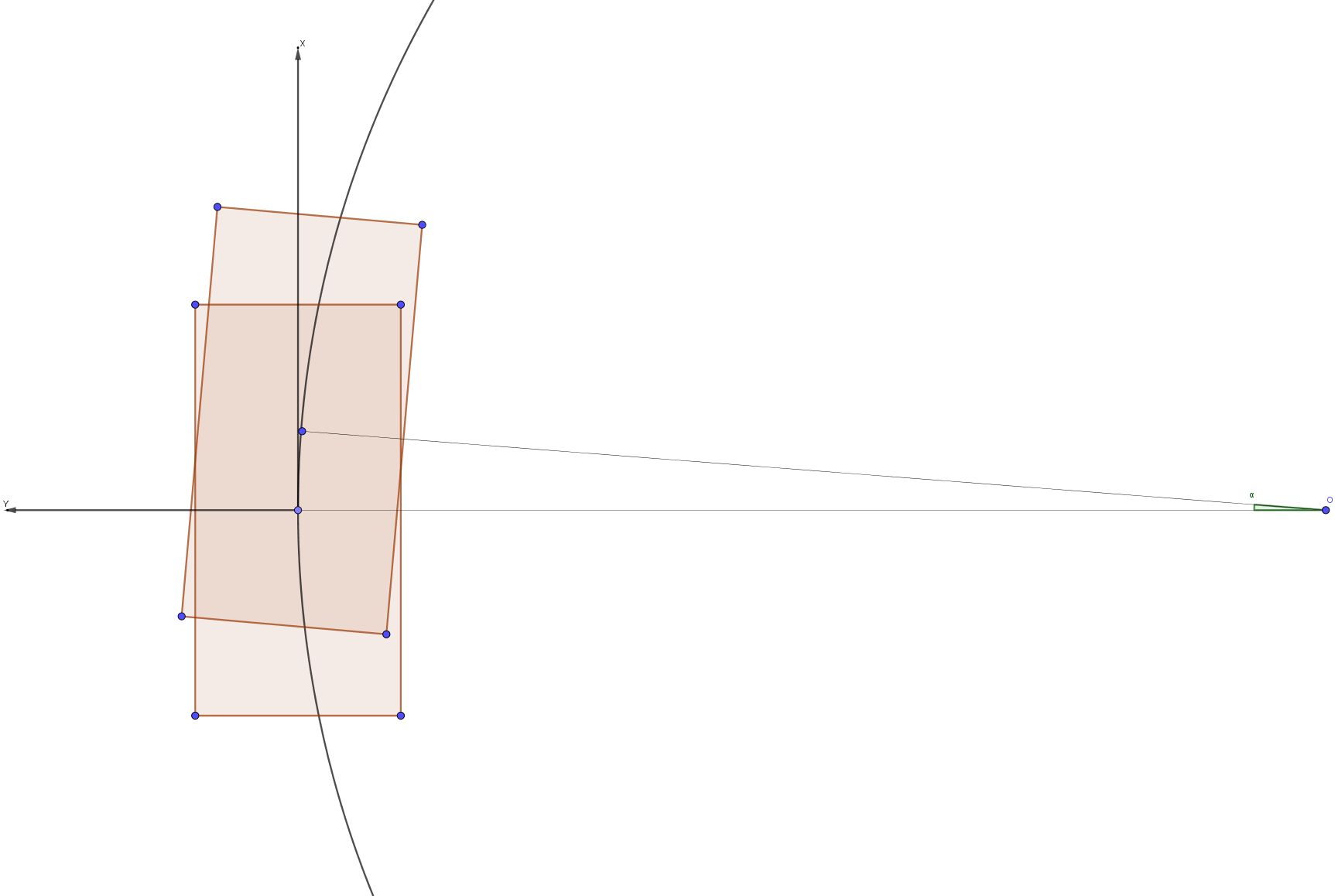
## Trajectoire des pattes

### Déplacement des pattes

Un déplacement du robot de correspond à un déplacement des pattes de .

Pour un déplacement en ligne droite, les pattes se déplacent en ligne droite selon l’axe .

Pour un déplacement en courbe, robot suit un arc de cercle. On considère une avance de distance le long d’une courbe de courbure . On note le rayon de courbure et le centre du cercle. Une avance de distance le long de la courbe correspond à un déplacement du centre du robot d’angle sur le cercle. Il s’agit donc d’une rotation d’angle de centre . L’image d’un point a pour image .



On note la largeur du robot et sa longueur. Dans le repère de centre , les bases des pattes ont pour coordonnées (l’axe est vertical sur la figure). Donc l’image de la base d’une patte a pour coordonnées

Dans le repère du robot, a pour coordonnées . Dans ce repère, l’image de la base d’une patte a donc pour coordonnée . Le déplacement des bases est donc le vecteur

Le rayon de courbure de la trajectoire d’une patte est la distance entre le point et la base d’une patte, soit .

### Conditions

#### Problématique

Pour simplifier, la trajectoire des pattes démarrera un cycle toujours au même point . On cherche les coordonnées du point , la condition de fin de cycle et les courbures pour lesquelles la trajectoire de la patte restera dans le domaine atteignable.

Pour un déplacement en ligne droite, la trajectoire est un segment. Il suffit de définir le point de départ et d’arrivée dans la zone.

C:\Users\rami\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Conditions_surface_lignedroite.emf

Pour un déplacement en courbe, on a vu précédemment que la trajectoire est un arc de cercle de rayon dont le centre est situé en haut ou en bas selon le signe de la courbure.

On note et les points du domaine atteignable à distance pour les angles et , et et D les points à distance de même abscisse que et . On placera le point sur le segment , la fin d’un cycle se situera sur le segment .

C:\Users\rami\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Conditions_surface_courbure_depart_droit.emf C:\Users\rami\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Conditions_surface_courbure_depart_courbe.emf

Un cycle peut débuter avec une courbure nulle ou pas. Dans le cas d’un départ avec courbure nulle, le début de la trajectoire est horizontal. Si la courbure n’était pas nulle avant le début du cycle, la trajectoire part d’un côté de l’horizontale et revient la traverser. Ainsi, la contrainte la plus forte est lorsque la trajectoire démarre avec une courbure nulle.

#### Coordonnées de B et C

Conditions_surface_courbure

On note la base de la patte et l’angle entre la verticale et le segment . Les coordonnées de sont , et celles de sont . Or, l’abscisse de et celle de sont égales, donc , donc et

.

Finalement, les coordonnées de B sont :

#### Courbure maximale

On note et les points d’ordonnée situés sur les segments et et le milieu de . On cherche l’intervalle des courbures de la trajectoire de la patte telle que cette trajectoire reste dans le rectangle . Pour de telles courbures, la trajectoire de la patte reste dans l’ensemble atteignable.

C:\Users\rami\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\Conditions_surface_courbure_max.emf

La courbure maximale est obtenue quand la trajectoire aboutit en . La trajectoire est un arc de cercle de rayon dont le centre est située sur la droite , puisque la trajectoire est horizontale en . On a . Le triangle est rectangle en , donc . Comme et que , on a

Finalement,

Comme ,

On a et , donc

**Note** : est la courbure minimale de la trajectoire de la base d’une patte. Le centre du robot étant situé à une distance de la base de la patte intérieure, la courbure minimale de la trajectoire du robot est en fait .

#### Application numérique

Soit l’amplitude du mouvement des pattes selon l’axe . L’amplitude est donnée soit par les caractéristiques du servo et les longueurs et , ou par le fait que deux pattes adjacentes ne doivent pas se toucher. On a . Ainsi,

Pour une amplitude de 100mm, des valeurs de , et , on a

Finalement, . Pour un robot de dimension , la courbure minimale de la trajectoire du robot est de .



## Avance des pattes

### Principe

La trajectoire d’une patte est un segment ou un arc de cercle contenu dans le domaine atteignable, ayant pour origine le point de départ et se terminant près du segment .

L’avance d’un robot de pattes se fait sur cycles, où pattes sont au sol et une est en l’air et revient à vers le point . En fin de cycle, la patte en l’air doit être revenue exactement au point . L’avance d’une patte est discrétisé par période, égale ou multiple de la période de commande des servos. Un cycle est un nombre entier de périodes, dépendant de la période et de la vitesse d’avance des pattes. Un cycle se termine quand une patte sort du domaine atteignable à la prochaine période.

Pour que la patte en l’air revienne au point exactement à la fin du cycle, il faut connaitre le nombre de période restant avant la fin du cycle. Connaissant la position de cette patte, il est facile de calculer son déplacement sur la prochaine période, qui est le déplacement jusqu’au point divisé par le nombre de période restant avant la fin du cycle. Le nombre de période avant la fin du cycle est calculé en supposant que la vitesse et la courbure du robot restera constante jusqu’à la fin du cycle. Si la vitesse ou la courbure évolue, le nombre de période sera recalculé.

La hauteur de la patte en l’air est de la forme où varie entre 0 et pendant que la patte effectue son trajet de retour. Si est le nombre de période total du cycle et le nombre de période restant, on pose .

On fixe l’ordre dans lequel les pattes seront en l’air. Pendant un cycle, on connait la patte en l’air et la prochaine patte. La distance de la prochaine patte au segment et la vitesse du robot permet d’estimer le nombre de périodes restant jusqu’à la fin du cycle. Dans le cas d’une trajectoire en ligne droite, la distance au segment est facile à calculer, mais dans le cas d’une trajectoire en courbe, la distance dépend de la courbure. Pour simplifier, on calcule la distance au segment, même dans le cas d’une trajectoire courbe.

### Notation

* : nombre de périodes sur un cycle
* : nombre de périodes restant avant la fin du cycle
* : liste des pattes, avec la patte en l’air et la prochaine patte en l’air
* les coordonnées de la patte
* la durée d’une période
* la vitesse du robot et la courbure, une courbure correspond à tourner à droite.

et sont mis à jour à chaque période. ne dépend que de la position de la prochaine patte et de la vitesse, mais est augmenté de la différence de valeur de . Il faut donc mémoriser et . On note et la valeur de et à la période précédente.

### Séquencement

A chaque période :

* Calcul de la distance restant à parcourir pour la patte :
* Calcul du nombre de périodes restant avant la fin du cycle
* Mise à jour du nombre de période du cycle
* Si  : rotation de la liste des pattes, calcul de et recalcul de et
* Pour les pattes , Calcul de la nouvelle position de la patte :
  + Si (déplacement en ligne droite) :
  + Si (déplacement en courbe)
    - Si (rotation à droite) :
      * Si est une patte à droite (intérieure) :
      * Si est une patte à gauche (extérieure) :
    - Si (rotation à gauche) :
      * Si est une patte à gauche (intérieure) :
      * Si est une patte à droite (extérieure) :
* Pour la patte  :
  + Calcul de la distance au point  :
  + Avance de la patte en retour :
  + Calcul de la hauteur de la patte
    - où est une constante à déterminer en fonction de la remontée voulue de la patte.

# Multipatte chien

## Contexte

Servo H orienté sur l’axe x

Servo M orienté sur l’axe y

Servo L orienté sur l’axe y

1. = Longueur jambe H
2. = Longueur jambe M
3. = Longueur jambe L
4. = Distance horizontale entre axe bras H et position du pied
5. = Hauteur entre axe bras H et touché
6. = distance max du pied par rapport à l’axe



Figure  : Pattes du robot-chien dans le plan (y,z) à gauche, et dans le plan de la patte à droite.

## Orientation du plan de la patte



Soit l’angle du plan de la patte dans le plan vertical . Alors .

## Genou et talon



Dans le plan de la patte, la hauteur de la patte vaut . On définit .

La distance est le troisième côté du triangle formé par les pattes M et L, mais aussi d’un triangle rectangle de côtés et . Donc .

D’après la *loi des cosinus*, donc



Dans le triangle, la même loi permet de trouver l’angle d :



L’angle entre u et la verticale est . L’angle est égal à l’angle du servo M.